

**Exercice 1 :** (FNC,FND) **Considérons la fonction booléenne suivante ::**

- donner la forme normale disjonctive et la forme normale conjonctive de  $F()$ .

A	B	C	F(A,B,C)
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	F
V	V	V	V
V	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

**Exercice 2 :** Soit le système d'axiomes du calcul propositionnel :

- Ax1 :  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- Ax2 :  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- Ax3 :  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- et la règle du Modus Ponens : si  $\vdash A$  et  $\vdash A \rightarrow B$  alors  $\vdash B$ .

Montrer que l'on a :

$$\frac{A}{B \rightarrow A}$$

$$\frac{(A \rightarrow B), (B \rightarrow C)}{(A \rightarrow C)}$$

$$\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{B \rightarrow (A \rightarrow C)}$$

**Exercice 3 :** En utilisant éventuellement les résultats de l'exercice précédent et du présent, montrer que les formules suivantes sont des théorèmes du C.P :

a)  $p \rightarrow p$

b)  $\neg \neg B \rightarrow B$

c)  $B \rightarrow \neg \neg B$

d)  $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

e)  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$

f)  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

g)  $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg (A \rightarrow B))$

h)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B)$

i)  $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$